Colegio Aurora de Chile
CORMUN RANCAGUA

# Semana de trabajo n°23

"Teorema de Pitágoras"

# Ruta de aprendizaje

- Saludo
- Objetivo de la clase
- Socialización del objetivo
- Motivación
- Inicio
- Desarrollo
- Aplicación de conocimientos adquiridos
- Pregunta de cierre (tipo simce)

# Saludo.

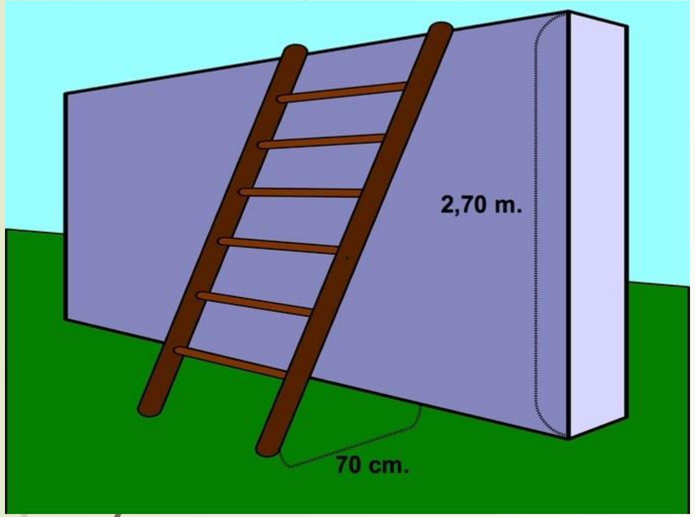
- Estimados estudiantes, a partir de la semana 23, comenzaremos una semana nueva de contenidos, la cual se trata de círculo y circunferencia, enfocando la primera clase en la parte teórica, y en la segunda clase, nos enfocaremos directamente en la parte práctica, es decir ejercitación.

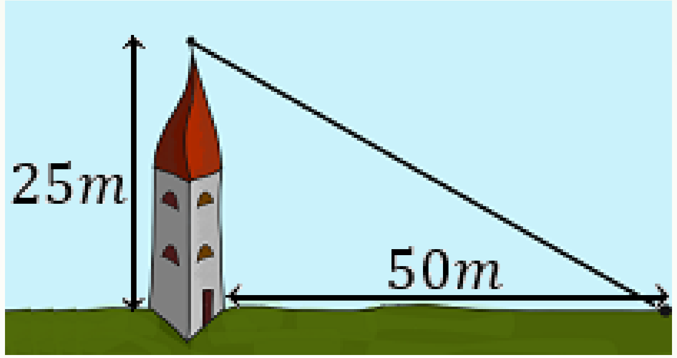
# Objetivo de la clase.

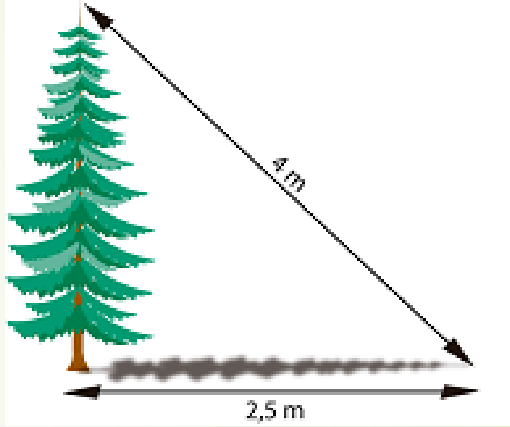
- Clase 1: Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana en ejercicios propuestos, con una actitud de orden y respeto frente a sus aprendizajes.

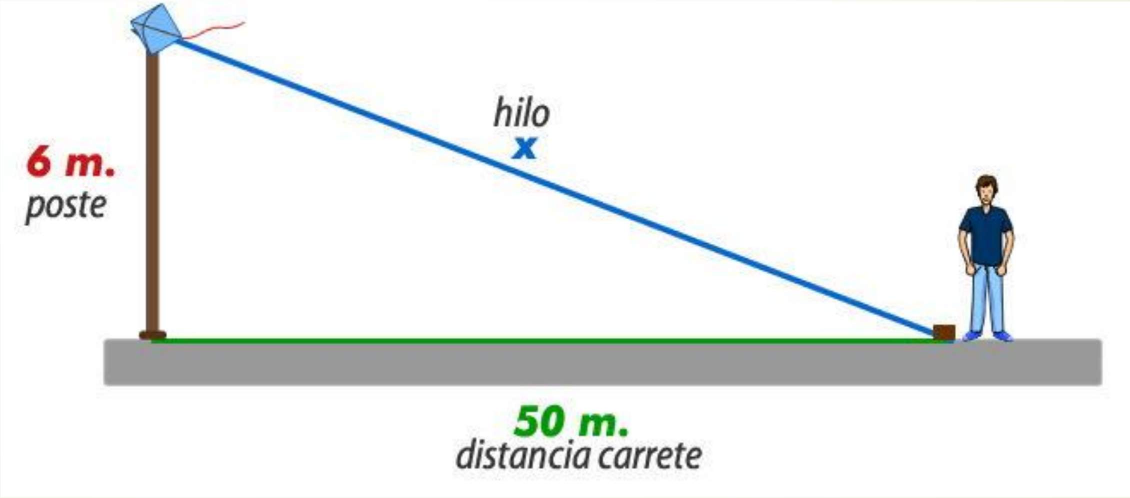
# Inicio de la clase

- Observa las siguientes imágenes, determina que tienen todas en común.



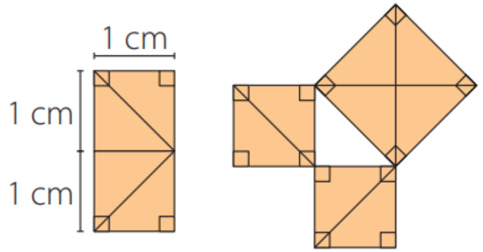



# Validez del teorema

**Explica la validez del teorema de Pitágoras.**

Según las medidas del siguiente rectángulo, verifica que la suma de las áreas de los cuadrados pequeños es igual al área del cuadrado de mayor tamaño.




1. Notamos que el rectángulo está formado por 4 triángulos congruentes. Calculamos el área ($A$) del rectángulo:

$$A = (2 \cdot 1)\ \text{cm}^2 = 2\ \text{cm}^2$$

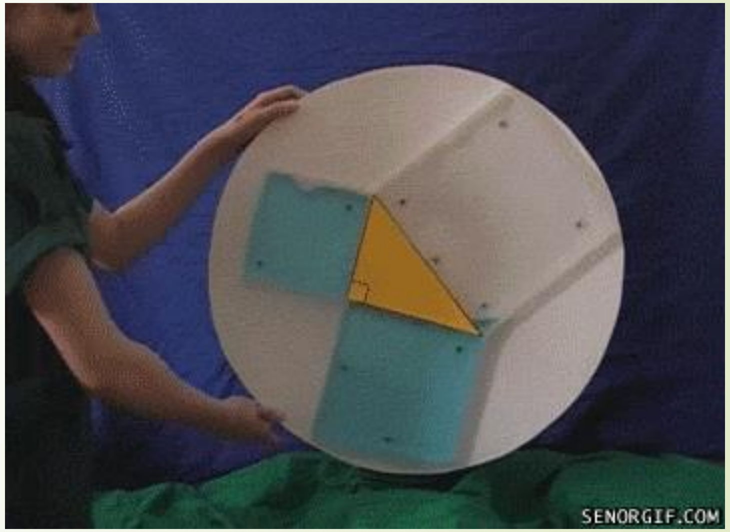
2. El cuadrado de mayor tamaño está formado por 4 triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Por lo tanto, su área es 2 $\text{cm}^2$.

3. Los cuadrados de menor medida están formados por dos triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Luego, el área de cada uno es igual a (2 : 2) $\text{cm}^2$, es decir, 1 $\text{cm}^2$.

4. Sumamos las áreas de los cuadrados de menor tamaño y verificamos que el resultado es igual al área del cuadrado de mayor medida.

$$1\ \text{cm}^2 + 1\ \text{cm}^2 = 2\ \text{cm}^2$$

Área cuadrados pequeños. Área cuadrado grande.



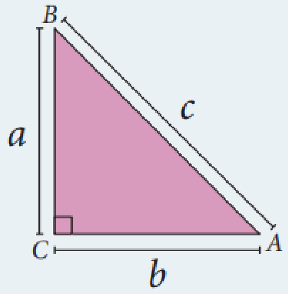
# Esto significa que

## Aprende

- En un triángulo rectángulo, el **teorema de Pitágoras** establece que la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.

  En el triángulo $ABC$, $a$ y $b$ representan las medidas de los catetos y $c$ la medida de la hipotenusa.

  Si un trío de números naturales cumple con el teorema de Pitágoras, estos números son llamados **trío pitagórico**.

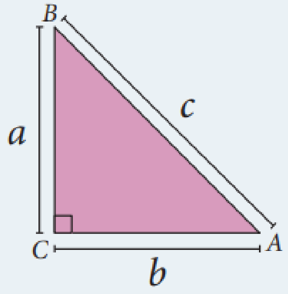



$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

- El **recíproco del teorema de Pitágoras** establece que si se tienen 3 segmentos de medidas $a$, $b$ y $c$ que cumplen con la igualdad:

  $$a^2 + b^2 = c^2$$

  entonces el triángulo formado por estos segmentos es un triángulo rectángulo.




## Tríos Piagóricos

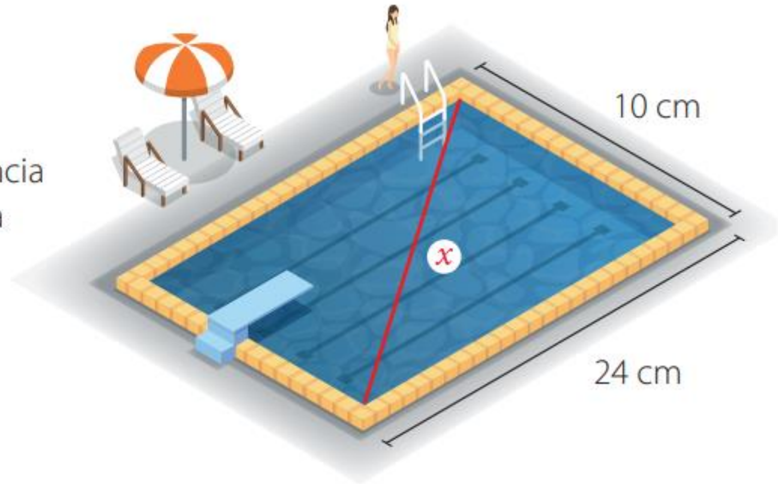
| Cateto 1 | Cateto 2 | Hipotenusa |
|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 |
| 5 | 12 | 13 |
| 8 | 15 | 17 |
| 7 | 24 | 25 |
| 20 | 21 | 29 |
| 12 | 35 | 37 |

El recíproco del teorema de Pitágoras, sirve específicamente para determinar si un triángulo es rectángulo o no, para esto ocupamos el teorema y verificamos la relación entre sus medidas.

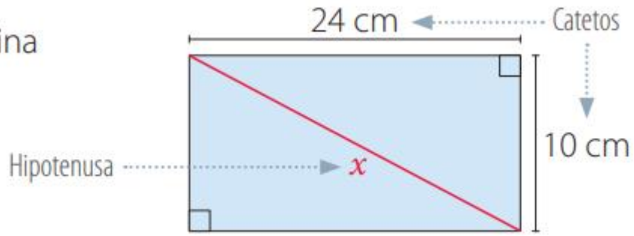
# Ejemplo de la aplicación del teorema de Pitágoras.

**¿Cuál es la distancia máxima que una persona puede nadar en una piscina de forma rectangular que mide 24 m de largo y 10 m de ancho si solo puede hacerlo en línea recta?**

1. Si solo puede nadar en línea recta, la distancia máxima ($x$) corresponde a la diagonal de la superficie de la piscina.




2. Notamos que la diagonal de la piscina determina dos triángulos rectángulos.




3. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal ($x$) de la piscina.

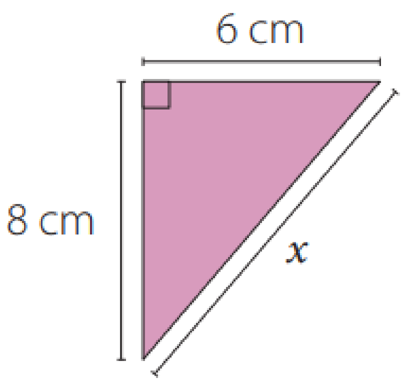
$$x^2 = 24^2 + 10^2$$
$$x^2 = 576 + 100$$
$$x^2 = 676$$
$$x = \sqrt{676} \text{ m}$$
$$x = 26 \text{ m}$$

# Ejercitación del teorema

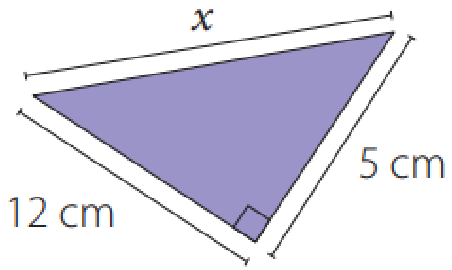
## ■ Actividades

1. Calcula la medida del lado desconocido ($x$) en cada triángulo.

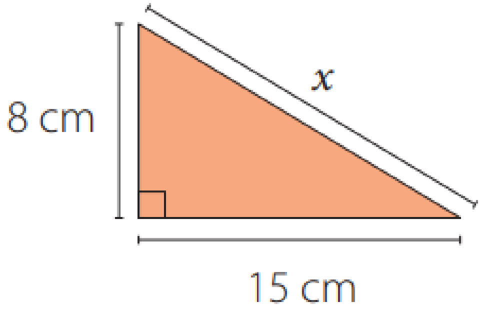
**a.**



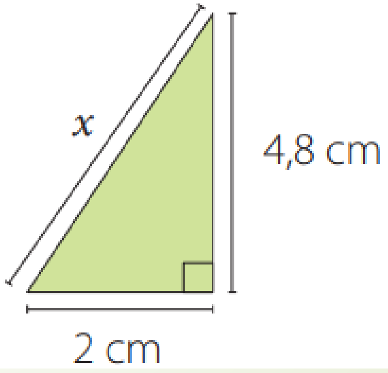

**b.**




**c.**



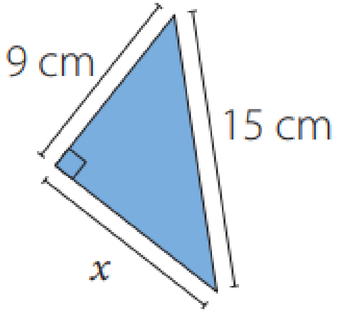

**d.**



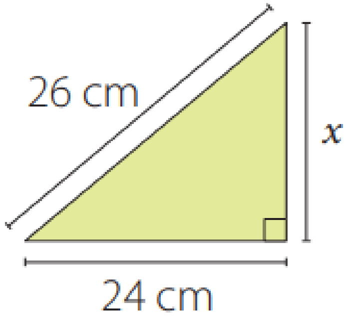
# Ejercitación del Teorema de Pitágoras

**2.** Calcula el perímetro ($P$) y el área ($A$) de cada triángulo.

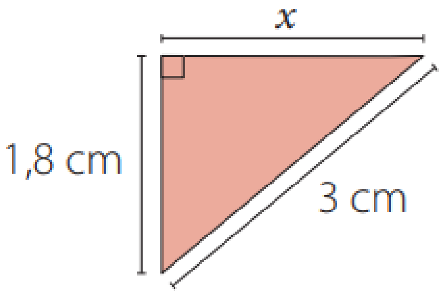
**a.**



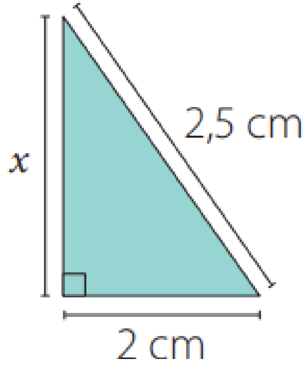

**b.**




**c.**

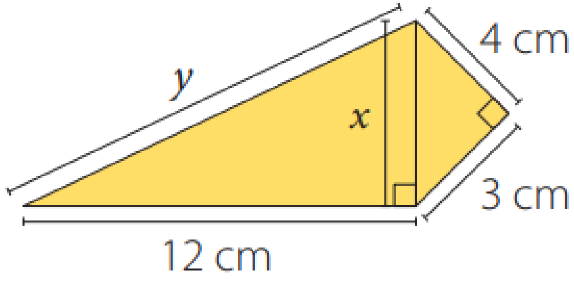



**d.**

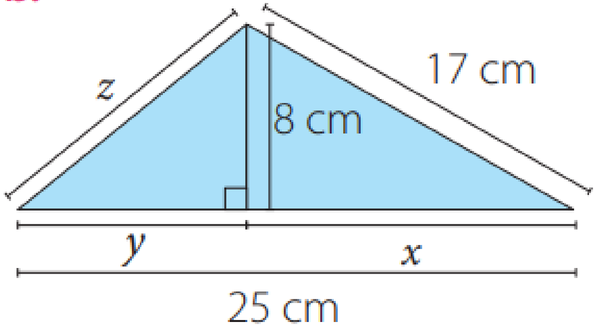



**3.** Calcula las medidas que faltan en cada figura. Utiliza una calculadora si es necesario.

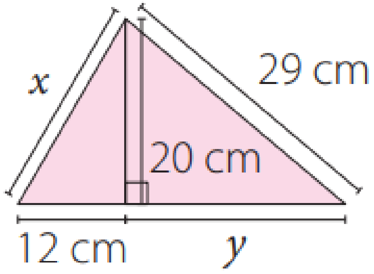
**a.**




**b.**




**c.**



# Cierre.

- Verifiquemos la validez del teorema de Pitágoras en los siguientes 4 ejercicios, por lo que deberemos aplicarlos en cada caso.

Evalúa si los siguientes tríos de números forman tríos pitagóricos. Considera $a$ y $b$ como la medida de los catetos y $c$ como la medida de la hipotenusa.

| | a. | b. | c. | d. |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | 9 | 5 | 15 | 21 |
| $b$ | 12 | 2 | 36 | 28 |
| $c$ | 15 | 13 | 39 | 35 |

# Clase 2.

Repaso de lo aprendido. Ejercitación de y aplicación del Teorema

# Objetivo de la clase.

- Clase 2: Aplicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana en ejercicios propuestos, con una actitud de orden y respeto frente a sus aprendizajes.

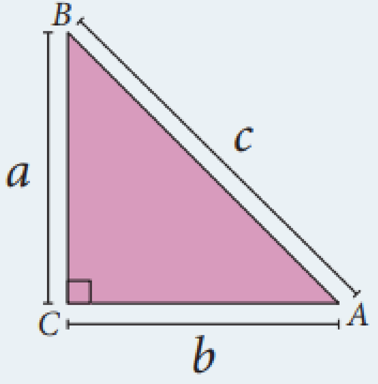
# Recordemos

## Aprende

- En un triángulo rectángulo, el **teorema de Pitágoras** establece que la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.

  En el triángulo $ABC$, $a$ y $b$ representan las medidas de los catetos y $c$ la medida de la hipotenusa.

  Si un trío de números naturales cumple con el teorema de Pitágoras, estos números son llamados **trío pitagórico**.

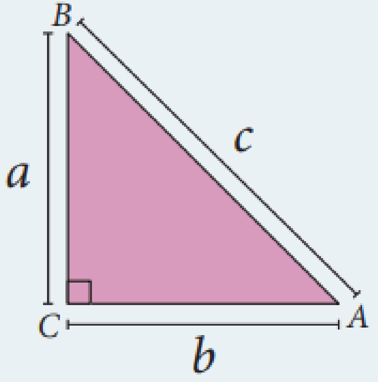



$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

- El **recíproco del teorema de Pitágoras** establece que si se tienen 3 segmentos de medidas $a$, $b$ y $c$ que cumplen con la igualdad:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

  entonces el triángulo formado por estos segmentos es un triángulo rectángulo.



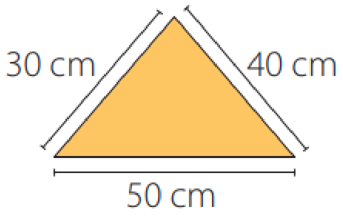
# Respecto a la clase

- En la clase de hoy, ejercitaremos profundamente el teorema de Pitágoras, en ejercicios y problemas aplicados en la vida cotidiana.
- De esta forma es importante que consultes si no entiendes algo, será apoyado por tu docente de asignatura.

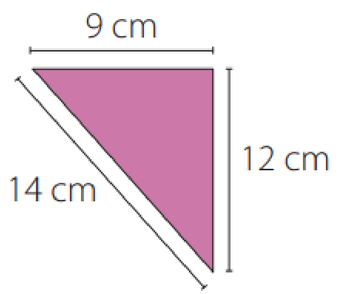
# Ejercicios

Identifica los triángulos rectángulos y justifica tu elección.

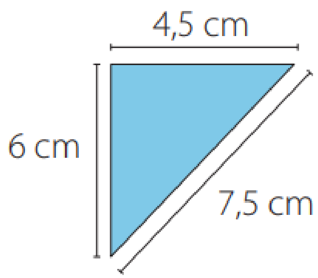
**a.**



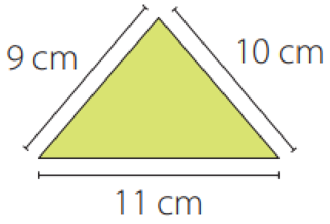

**c.**




**b.**

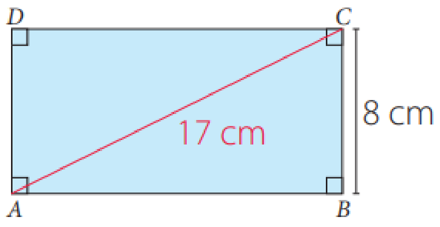



**d.**

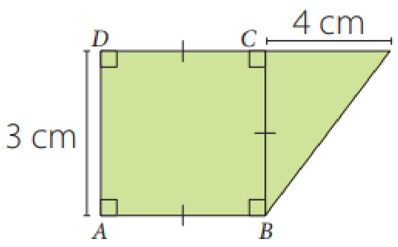



Calcula el perímetro ($P$) y el área ($A$) de las siguientes figuras. Si es necesario, utiliza una calculadora.

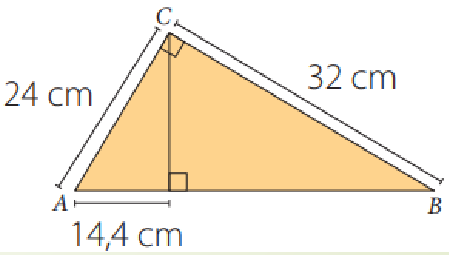
**a.**




**b.**

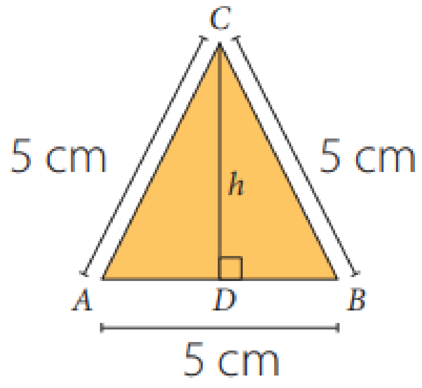



**c.**



# Calcular Altura

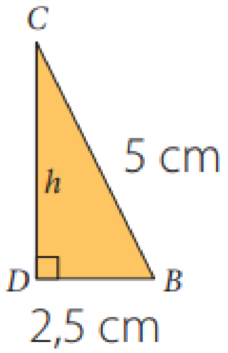
**¿Cuál es la medida de la altura $h$ en el triángulo?**




1. En un triángulo equilátero y en un triángulo isósceles la altura ($h$) correspondiente a la base divide a esta en dos segmentos de igual medida. Por lo tanto, se cumple:

$$\overline{AD} = \overline{DB} = 2{,}5 \text{ cm}$$

2. Notamos que la altura $h$ divide al triángulo $ABC$ en dos triángulos rectángulos congruentes. En el triángulo rectángulo $DBC$, $h$ representa uno de sus catetos, por lo tanto podemos aplicar el teorema de Pitágoras para calcular su medida.

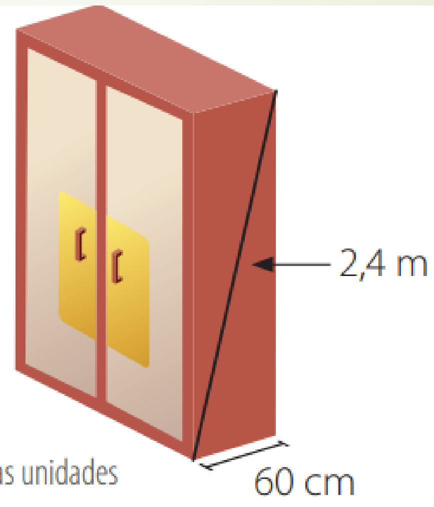



$$h^2 + 2{,}5^2 = 5^2$$
$$h^2 + 6{,}25 = 25$$
$$h^2 = 25 - 6{,}25$$
$$h^2 = 18{,}75$$
$$h = \sqrt{18{,}75} \text{ cm} \approx 4{,}33 \text{ cm}$$

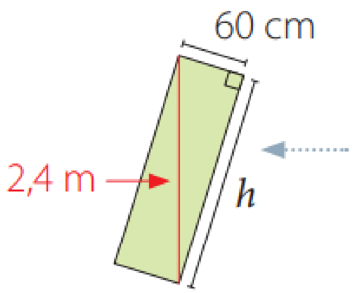
Utilizamos una calculadora para obtener la raíz cuadrada.

# Ejercitación, ejemplo

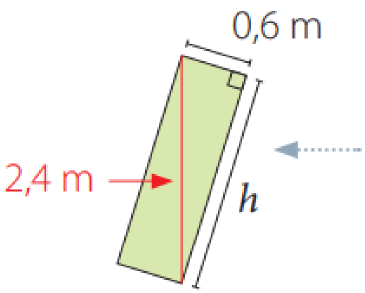
**En una habitación de 2,4 m de altura se quiere ubicar un mueble de 60 cm de profundidad. Si se debe inclinar para trasladarlo, ¿cuál es la altura máxima que puede tener para no rayar el techo?**




1 En el mueble podemos formar un triángulo rectángulo en el que $h$ representa su altura.




En esta posición la diagonal del mueble coincide con la altura de la habitación.




Igualamos las unidades de medida.

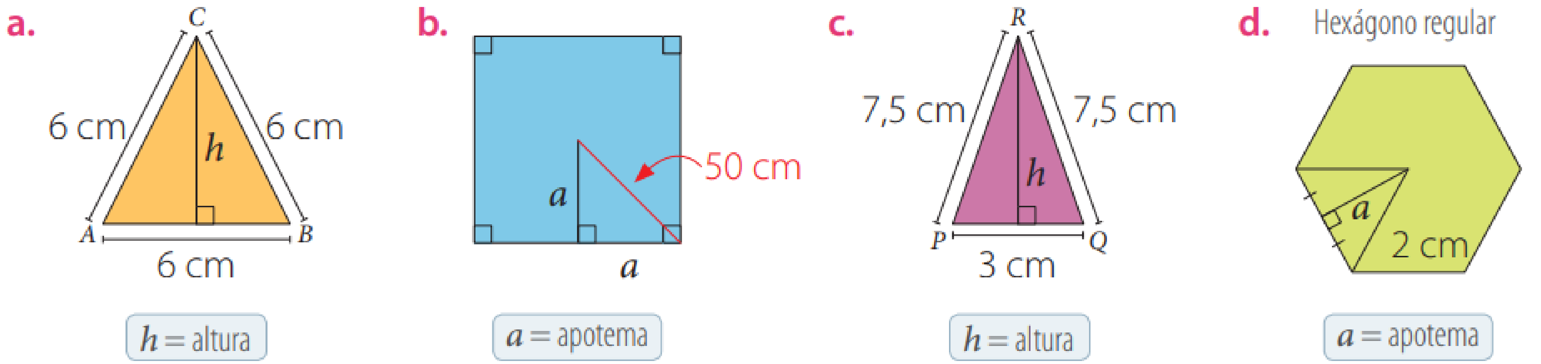
2 Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la altura ($h$).

$$h^2 + 0{,}6^2 = 2{,}4^2$$
$$h^2 + 0{,}36 = 5{,}76$$
$$h^2 = 5{,}4$$
$$h = \sqrt{5{,}4} \approx 2{,}32 \text{ m}$$

Altura máxima del mueble.

# Ejercicios

**1.** **Calcula el área ($A$) de los siguientes polígonos.**




**2.** **Determina lo solicitado en cada caso. Si es necesario, utiliza una calculadora.**

**a.** El área de un rectángulo de largo igual a 6 cm cuya diagonal mide 6,5 cm.

**b.** El perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 16 cm (Recuerda que en un rombo sus diagonales se dimidian y son perpendiculares).

**c.** El área de un cuadrado de diagonal igual a 8 cm.

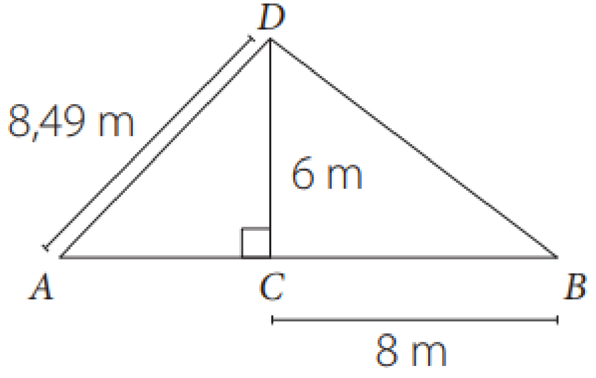
**d.** El perímetro de un triángulo equilátero cuya altura mide 28 cm.

**e.** La altura de un trapecio isósceles de bases 8 dm y 10 dm de longitud, y lados iguales a 7 dm.

# Ejercitación

## Aplicaciones del teorema de Pitágoras

1. La figura representa un poste ($\overline{CD}$) sujeto por dos cables, $\overline{AD}$ y $\overline{DB}$.




**a.** Aproximadamente, ¿a qué distancia se encuentran los extremos inferiores de los cables?

---

**b.** ¿Cuánto cable se utilizó para sujetar el poste?

---

# Ejercitación

Una escalera se ha apoyado a 3 m de la base de una pared, de tal forma que la altura que alcanza es de 2 m. ¿Cuál es la longitud de la escalera?

Una rampa tiene una altura de 11 m y su punto de inicio se encuentra a 60 m de distancia de una pared. ¿Cuál es la longitud de la rampa?

Desde el balcón de un edificio se ve una plaza a 85 m, pero desde la base del edificio está a 84 m. ¿A qué altura se encuentra ese balcón?

Julieta está encumbrando un volantín con un hilo de 100 m. Cuando el hilo está totalmente tenso, la altura del volantín al suelo es de 80 m. Sin considerar la altura de Julieta, ¿a qué distancia se encuentra ella de este punto?

# Cierre

Una escalera de 6 m de largo se apoya en una muralla a una altura de 5 m desde el suelo. ¿A qué distancia desde la base de la muralla se encuentra el pie de la escalera?

**A.** 1 m

**B.** 3 m

**C.** 3,3 m

**D.** 6,4 m

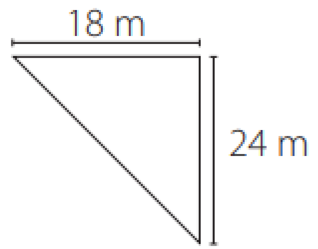
La plaza central de una villa está representada en la figura. Al salir a trotar alrededor de la plaza y dar 10 vueltas, ¿cuántos metros se recorren?

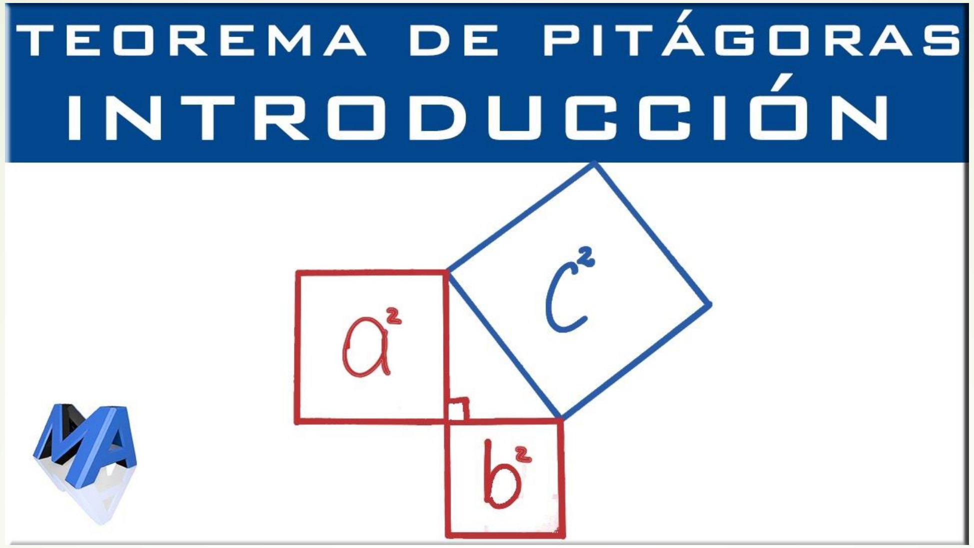
**A.** 420 m

**B.** 500 m

**C.** 650 m

**D.** 720 m






# Felicidades, hemos terminado.

¡Nos vemos en la siguiente clase!